# Het Experiment in de Wiskundige Wetenschappen (1)

## 1. Inleiding.

Ik geloof dat de bijdrage die ik hier breng niet van de naam « wijsbegeerte der wetenschappen » kan voorzien worden. Ik denk eerder dat het hier slechts om een eerste bescheiden poging in deze richting gaat. Het thema dat door Prof. L. Apostel voor onze besprekingen voorgesteld werd, heb ik als volgt geïnterpreteerd : Onderzoek de methodologische grondslagen van alle exacte en minder exacte wetenschappen en tracht gemeenschappelijke of homomorfe werkwijzen en gelijkaardige principes te ontdekken. De verzameling van deze homomorfe en gelijkaardige of soms equivalente principes zou dan natuurlijk het onderwerp kunnen uitmaken van een eigenlijke wijsbegeerte der wetenschappen, of althans van een belangrijk onderdeel daarvan. Deze wijsbegeerte zou dan een nauwkeurig omschreven doel krijgen en zou eigen meta-wetenschappelijke methoden kunnen ontwikkelen om haar onderzoek uit te voeren en zij zou zich bijvoorbeeld kunnen inspireren op wat in de metamatematika gebeurd is. Dit kan slechts gebeuren, nadat men vooraf de *methodologische struktuur* van elke tak der wetenschap onderzocht heeft. Want nadien zal het er op aankomen deze methodologische strukturen (voor zover ze bestaan of aan 't groeien zijn) te vergelijken en hun homomorfe of niet-homomorfe kenmerken te ontdekken. Maar zelfs de eerste stap moet eigenlijk nog gezet worden. In de wiskunde is men, niettegenstaande zeer belangrijke ontdekkingen op het gebied van het grondslagen-onderzoek nog ver verwijderd van een klare formulering van haar methodologische struktuur. Men kan zich zelfs afvragen of de eigenlijke wiskundige methodenleer wel bestaat. Slechts over één principe schijnt ieder het thans eens te zijn, namelijk, dat men steeds moet starten met een passend gekozen axiomastelsel en dat men daarmede verder moet « experimenteren » en zien wat men er kan uithalen. Maar *wanneer* en *waarom* een wiskundig bewijs korrekt is, is vandaag nog steeds niet streng en een-

(1) De tekst van de oorspronkelijke voordracht werd aanzienlijk ingekort en gewijzigd Daarentegen werd een gedeelte bijgevoegd dat de onderzoekingen van G. Polya behandelt.

voudig te omlijnen. Het gaat hier nog steeds in hoofdzaak om ondervinding om een soort « gevoel » van exactheid, om een soort « intuïtie », — waarbij het woord intuïtie hier zoveel betekent als « niet-geklassificeerde en niet-grondig geanalyseerde ervaring ». Maar men is bijvoorbeeld nog zeer ver verwijderd van een *vergelijkende axiomatiek* en nog veel verder van een vergelijkende studie der verschillende bewijsmethoden alhoewel het grondslagen-onderzoek de nodige bouwstenen en instrumenten geleverd heeft om hieraan te beginnen. Ik vermeld in dit opzicht speciaal de methode der semantische tableau's van E. W. Beth, alhoewel zij vrij omslachtig is. Maar de taak wordt waarschijnlijk bemoeilijkt door het feit dat men juist in de twintigste eeuw begonnen is met steeds strengere en strengere eisen te stellen van wiskundige en ook van *logische* exactheid.

Het lijkt mij evenwel een uitgemaakte zaak dat iedere exacte wetenschap « experimenteert » hetzij met axioma's, hetzij met natuurwetten of wat men daarvoor houdt, hetzij met theoretisch gefundeerde hypothesen of met uitkomsten van berekeningen of metingen al dan niet gepaard aan een systematisch statistisch onderzoek. Men stelt daarbij *doelbewust* en *planmatig* vragen aan de *natuur*. En het woord natuur dient hier zo ruim mogelijk opgevat te worden : het resultaat van een berekening, de uitkomst van een meting, het verloop van een schaakspel, het verloop van een gedachten-experiment, worden daarbij evenzeer als natuurverschijnselen beschouwd, als de vorm van de menselijke schedel, het compton-effekt of een scheikundige reaktie.

In ieder geval lijkt het mij vast te staan dat wij niet zelf het antwoord geven op de vragen, die wij de natuur stellen : *het antwoord groeit uit het experiment.* Al spelen wij zelf schaak, dan weet toch niemand op voorhand hoe het schaakspel zal verlopen (tenzij men alleen speelt en alles vooraf noteert en in dat geval verplaatst men het experiment naar het vooraf noteren (2). Het spreekt toch vanzelf dat de vraag nutteloos is als wij het antwoord vooraf kennen en dat alle laboratoria met hun instrumenten overbodig worden als het niet de objectief bestaande natuur is, die het antwoord geeft. Dit geldt bovendien ook in de wiskunde en in de geesteswetenschappen, want anders is het niet te verklaren hoe het gebeuren kan dat de uitkomst van een onderzoek helemaal niet beantwoordt aan wat men vooraf had vermoed. Maar wij moeten weten hoe een vraag dient gesteld te worden en wij moeten vooraf weten te bepalen (soms met een zekere willekeur) wanneer een antwoord bevestigend is of niet of wanneer het experiment ons niet toelaat te beslissen. Het antwoord op de vraag : hoe moet

(2) Misschien kan men zelfs beweren dat men in dit laatste geval te doen heeft met een « ontaard experiment ».

men de natuur vragen stellen, behoort blijkbaar tot de methodologische technologie van ieder afzonderlijk vak. Het tweede probleem : wanneer is een antwoord bevestigend en hoe moet het geinterpreteerd worden, dient best in het kader van elk vak afzonderlijk bestudeerd te worden. Maar wil men tot een werkelijke wijsbegeerte der wetenschappen komen, dan zal zich hier eerst en vooral een bepaalde synthese opdringen, die slechts het resultaat kan zijn van een vergelijkende studie. Als men goed nadenkt over de reusachtige omvang van deze taak, dan ziet men best in dat ook hier *kollektief* werk slechts een behoorlijke oplossing kan waarborgen en hoezeer interfacultaire kontakten zich opdringen. Gezien in dit perspectief wil ik hier de volgende stelling verdedigen : *De wiskunde is een voortdurend « gedachten-experiment » met wiskundige en met logische axioma's* (en ook met methodologische princiepen die helaas nog niet al te goed omlijnd zijn). Het verloop van deze ketens van « gedachten-experimenten », die ik voortaan wiskundige experimenten zal noemen, gehoorzaamt daarbij aan bepaalde *ontwikkelingswetten*, het heeft m.a.w. zijn eigen *dialectiek* en zijn eigen dynamiek, die men achteraf kan vaststellen, maar die men thans moeilijk kan voorzien. Dit laatste punt wil ik aantonen door op een zekere analogie met de natuurkunde te wijzen en door aan te tonen dat bepaalde wiskundige experimenten en hun antwoorden beslissend zijn geweest voor de oriëntering of heroriëntering van het wetenschappelijk onderzoek. Bepaalde (ook negatieve) antwoorden openen nieuwe perspektieven en het is in het licht van deze perspektieven dat het verdere onderzoek gebeurt.

Om deze stelling waar te maken kan ik niets anders doen, dan de feitelijke objectieve ontwikkelingsgeschiedenis van een deel der wiskunde onderzoeken. Dit kan echter om verschillende redenen geen *volledig* onderzoek zijn en het dient soms vrij schematisch te gebeuren, want er is hierover alleen reeds een dik boek te schrijven. Ik beperk mij daarbij tot een gedeelte der meetkunde, omdat dit het gedeelte is dat men ook het gemakkelijkst vulgariseert, en voeg daarbij enkele opmerkingen betreffende de oriëntering en de heroriëntering van het grondslagen-onderzoek.

## 2. De Meetkunde.

Een van de voornaamste thema's van het wetenschappelijk onderzoek is gedurende verschillende eeuwen (met zekerheid reeds sinds de 5e eeuw na Chr.) de discussie rond het beroemde parallellenpostulaat van Euclides geweest. Hoezeer dit onderzoek het karakter van een experiment draagt moge blijken uit de volgende feiten. Verschillende auteurs hebben herhaaldelijk gepoogd het parallellenpostulaat te « bewijzen » en zijn er dan slechts in geslaagd dit postulaat door een nieuw postulaat te vervangen, onder andere door een postulaat betreffende het bestaan van equidistante rechten (Clavius, 16$^e$ eeuw; Borelli en Giordano Vitale in de 17$^e$ eeuw) ofwel door een postulaat waarin het bestaan van gelijkvormige figuren met een willekeurige gelijkvormigheidsfactor aangenomen wordt (Wallis, 17$^e$ eeuw). Een merkwaardige poging in die richting staat op naam van J. Saccheri (1667-1733), die beproeft een groots opgezet bewijs uit het ongerijmde te brengen voor de « juistheid » (of de « waarheid » zoals men toen nog schreef en dacht) van het parallellenpostulaat. Hij tracht daarbij op een tegenstrijdigheid te stoten door eenvoudig het vijfde postulaat (d.i. het parallellenpostulaat) te negeren, waarbij hij echter de eerste 28 stellingen van Euclides aanvaardt en deze samen met de andere postulaten gebruikt om de verschillende mogelijke hypothesen te onderzoeken. Hij gebruikt daarbij echter stilzwijgende en nieuw postulaat: namelijk dit van de oneindige lengte der rechte. Hij komt dan vrij gemakkelijk tot het besluit dat als men een vierhoek konstrueert met aan de basis twee rechte hoeken en met twee gelijke opstaande zijden, slechts de twee volgende hypothesen dienen onderzocht te worden (als men het vijfde postulaat verwerpt): ofwel zijn de hoeken aan de bovenzijde gelijk en stomp, ofwel zijn ze gelijk en scherp. Met de « hypothese van de stompe hoek » kan Saccheri vrij gemakkelijk afrekenen, dit wegens zijn impliciet aangenomen postulaat nopens de oneindige lengte der rechte lijn. Met de hypothese van de scherpe hoek komt hij eigenlijk tot een negatief resultaat. Eigenaardig is, dat Saccheri het resultaat van zijn eigen experiment niet aanvaardt en dat hij beweert, op grond van een argumentatie waarbij eigenschappen, die geldig zijn op eindige afstand, zonder meer op oneindige afstanden over gedragen worden, dat hij ook de hypothese van de scherpe hoek weerlegd heeft. Het is duidelijk, dat wanneer Saccheri onbevangen de resultaten van zijn eigen onderzoek aanvaard had, de weg openstond voor een der grootste ontdekkingen, namelijk die van het bestaan van een niet-euclidische meetkunde. Ik meen dat dit voorbeeld duidelijk toont dat het werk van Saccheri het karakter van een « wiskundig experiment » bezit, -experiment waarbij iemand een antwoord zoekt op een vraag en daarbij de verschillende mogelijke hypothesen aftast en uiteindelijk door de « natuur » (in dit geval zijn eigen hersenen, met hun eigen denkgewoonten hun eigen bewuste of onbewuste logische schema's en zelfs hun eigen vooroordelen) een antwoord op de gestelde vraag krijgt.

Maar het grote wiskundige experiment begint pas bij de grondleggers van de niet-euclidische meetkunde (Gausz, Bolyai en Lobatchefsky). Hier gaat het om de ontdekking van een nieuwe wetenschap en haar rationele uitbouw. Hoezeer een dergelijke bouw het karakter draagt van een werkelijk experiment moge blijken uit een paar eenvoudige geschiedkundige aantekeningen

Het is bekend, dat in 1817 Lobatchefsky zich nog bezig hield met pogingen om de parallellentheorie van Euclides te bevestigen. Aanvankelijk gaf hij aan zijn meetkunde de voorzichtige naam van « Imaginaire Meetkunde » en eerst later heeft hij, — naarmate hij verder doordrong in een labyrinth van nieuwe stellingen en bewijzen, — duidelijk de betekenis van zijn eigen resultaten gezien en heeft hij zijn meetkunde omgedoopt in « Pangeometrie ». Dit wijst er op dat de langzame realisatie van de betekenis der uitkomsten ook een psychologische evolutie bij de auteur bepaalt. Hoe nu de systematische opbouw van deze nieuwe meetkunde gebeurt en hoe hier geëxperimenteerd wordt met nieuwe postulaten; met *nieuwe begrippen* en *nieuwe methoden*, moet hier vanzelfsprekend onbesproken blijven. Het welslagen van dit experiment stelt echter een nieuw probleem (vergelijk met de natuurkunde waar zoiets ook herhaaldelijk gebeurt): hoe zal men nu bewijzen dat deze nieuwe meetkunde vrij is van tegenstrijdigheden? Lobatchefsky zelf heeft een bewijs daarvan willen zien in het feit dat de formules die hij opgesteld had bij een *limietovergang* overgaan in deze van de gewone vlakke driehoeksmeting. Niemand zal ontkennen dat een dergelijk argument in het voorbeeld van de nieuwe meetkunde pleit, maar een eigenlijk « bewijs » voor de niet-tegenstrijdigheid der niet-euclidische (hyperbolische) meetkunde heeft men er (terecht) niet in gezien. Om het probleem verder op te lossen is men dan in het kader van de euclidische meetkunde « modellen » gaan konstrueren waarin de niet-euclidische geldig is. Hier ligt waarschijnlijk de oorsprong van de theorie der modellen, die thans een zo belangrijke rol speelt in het grondslagen-onderzoek en in de toegepaste wiskunde o.a. in de wiskundige economie. Het is E. Beltrami geweest, die het eerst (in 1868) in de driedimensionale euclidische ruimte (reële) oppervlakken heeft aangewezen waarop de meetkunde van Bolgai-Lobatchefsky geldt. Van hem ook schijnt eenvoudige euclidische vlakke model afkomstig, waarbij de « rechte op oneindig » van de Lobatchefsky-meetkunde voorgesteld wordt door een cirkel van het euclidische vlak en iedere rechte der nieuwe meetkunde door een koord van deze cirkel.

Door het feit echter dat het lukte deze nieuwe meetkunde af te beelden in het euclidische vlak werd het probleem van de niet-strijdigheid der axioma's verplaatst naar het domein van de euclidische meetkunde zelf! D. Hilbert, in zijn « Grundlagen der Geometrie » (1899) heeft dit probleem op grondige wijze aangepakt. Men kan zelfs zeggen dat de moderne axiomatiek in zijn werk haar oorsprong gevonden heeft. Hij is echter verplicht om het bewijs van de niet-strijdigheid van zijn axiomastelsel aan te tonen van gebruik te maken van een *algebraïsch model* en meer in het bijzonder dient hij daarbij beroep te doen op de *axioma's der algebra* en in het bijzonder op de axioma's die betrekking hebben op de *reële* getallen. Men ziet dat het slagen van Hilbert's experiment met de grondslagen der meetkunde, terug nieuwe moeilijkheden deed rijzen, want nu werd men onmiddellijk gekonfronteerd met een veel omvangrijker vraagstuk : dit van de niet-strijdigheid (of konsistentie) van de hele wiskunde. Maar ook dit heeft Hilbert met zijn school aangedurfd en reeds in 1904 heeft hij de eerste beginselen geformuleerd van het formalistische, finitaire grondslagen-onderzoek. Op die wijze heeft hij onmiddellijk de sleutel gevonden van een kapitale ontdekking, namelijk die van de metamatematica. Hoezeer dit groots opgezet programma van wetenschappelijk onderzoek insgelijks een experimenteel karakter droeg blijkt uit de ontdekking (in 1931) van K. Gödel's beroemde stelling. Uit deze stelling bleek namelijk dat de bewijsmethoden, nodig voor het bewijzen van de konsistentie van een bepaalde deductieve theorie noodzakelijk zelf tot een theorie van een hoger niveau dienden te behoren. Zo heeft Gentzen (in 1936) de niet-strijdigheid *der elementaire rekenkunde* bewezen door gebruik te maken van de methode der *transfiniete inductie* ! Een schoner eerherstel voor de in de 19$^{e}$ eeuw zozeer verguisde G. Cantor is wel nauwelijks denkbaar.

## 3. Het Onderzoek van G. Polya.

In 1954 verscheen bij Princeton University Press een werk in twee delen waarin door de bekende wiskundige G. Polya een ernstige poging wordt gedaan om een systematische studie te maken van de verschillende methoden die tot hiertoe gebruikt werden om nieuwe wiskundige eigenschappen, meestal in vooraf bestaande strukturen, te ontdekken en te bewijzen. Men kan beweren dat men vooraf een wiskundige eigenschap moet vermoeden en dat het wiskundig experiment voornamelijk bestaat in de pogingen die men aanwendt om dat vermoeden te staven door een bewijs, of het te weerleggen. Dit laatste gebeurt meestal door de konstruktie van een tegenvoorbeeld. Men kan zeggen dat het eerste deel van Polya's werk zich vooral bezig houdt met het opsporen van nieuwe eigenschappen terwijl ook nog aandacht wordt besteed aan de methoden die moeten dienen om de vermoede eigenschappen te bewijzen of te weerleggen, dus aan het eigenlijke wiskundige experiment.

Onder de methoden die toelaten nieuwe eigenschappen te ontdekken vermeldt Polya 1. waarneming (op voorbeelden, vooral van rekenkundige en elementair-meetkundige aard) 2. waarneming gekoppeld aan inductie 3. veralgemening 4. specialisatie en 5. analogie. Het spreekt vanzelf dat elk van deze methoden haar voordelen en haar gevaren biedt. Laten wij echter opmerken dat de inductie-methode waarvan hier sprake is, niet het eigenlijke princiep der volledige (wiskundige) inductie is, maar eerder een methode, die in analogie met wat in de andere natuurwetenschappen gebeurt van enkele konkrete gegevens vertrekt en daaruit algemene besluiten afleidt of tracht af te leiden. Daarnaast wordt speciaal aandacht besteed aan de rol van de natuurkunde en een hoofdstuk van het eerste deel draagt de veelzeggende titel « physical mathematics ».

Ik zal hier niet nader ingaan op de rol die gespeeld wordt door de sterrenkunde, de technologie en de eigenlijke natuurkunde, bij de ondekking van nieuwe wiskundige feiten en methoden. Ik vermeld slechts de ontdekking door Dirac van de zogenaamde « $\delta$-functies », bij behandeling van de problemen der quanten-mechanica en het feit dat het meer dan twintig jaar geduurd heeft voor men tot een strenge wiskundige formulering van de gebruikte methoden kon komen. En dit laatste is dan eerst mogelijk gebleken via de ontdekking der distributies, die steunt op *abstracte* methoden en begrippen, die echter veel verder reiken dan de oorspronkelijke « $\delta$-functies ». Het staat bovendien vast dat de hele recente ontwikkeling van de natuurkunde en in het bijzonder de wiskundige problemen der kernphysica aanleiding zullen geven tot de ontdekking van nieuwe eigenschappen en nieuwe werkwijzen en misschien zelfs tot het ontstaan van geheel onverwachte wiskundige strukturen.

Het loont echter wel de moeite nader in te gaan op twee voorbeelden die Polya behandelt en die ontleend zijn aan het geniale werk van L. Euler. Het eerste voorbeeld betreft de sommatie van de reeks

$1 + 1/4 + 1/9 + 1/25 + 1/36 + \ldots + 1/n^2 + \ldots$ in inf

Euler vertrekt van een identiteit, die hij ontleent aan de algebra der veeltermringen, namelijk

$$b_0 - b_1x^2 + b_2x^4 - \ldots + (-1)^n\, b_nx^{2n} =$$

$$b_0 \left(1 - \frac{x^2}{\beta_1^2}\right) \left(1 - \frac{x^2}{\beta_2^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{x^2}{\beta_n^2}\right)$$

waarin $\beta_1$, $-\beta_1$, $\beta_2$, $-\beta_2$, ..., $\beta_n$, $-\beta_n$ de (complexe) wortels zijn van de veelterm die voorkomt in het eerste lid en vanzelfsprekend $b_0 \neq o$ verondersteld wordt. Hierop steunend stelt Euler de volgende « gelijkheid » op

$$\frac{\sin x}{x} = 1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \frac{x^6}{7!} + \ldots$$

$$= (1 - \frac{x^2}{\pi^2})\ (1 - \frac{x^2}{4\pi^2})\ (1 - \frac{x^2}{9\pi^2}) \ldots \qquad (1)$$

en hij vindt dan verder door gelijkstelling van de coëfficiënten van identieke machten van x, en beide leden,

$$\frac{1}{2\cdot 3} = \frac{1}{\pi^2} + \frac{1}{4\pi^2} + \frac{1}{9\pi^2} + \dots \quad \text{en dus}$$

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + 1/16 + \dots = \pi^2/6 \tag{2}$$

Het spreekt vanzelf dat Euler deze werkewijze *niet* als een wiskundig bewijs voor de juistheid van de formule (2) beschouwt. En toch is hij overtuigd van de juistheid van zijn resultaat en dit op grond van numerieke berekeningen, die voor beide leden van (2) dezelfde benaderingen opleveren, maar meer nog op grond van het feit dat het hem mogelijk is met dezelfde zeer ingewikkelde werkwijze een bekend en volkomen exact door Leibniz gevonden resultaat af te leiden, namelijk

$\pi/4 = 1 - 1/3 + 1/5 - 1/7 + 1/9 - 1/11 + \dots$ in inf.

Wij weten thans hoe (1) en (2) volkomen exact kunnen afgeleid worden, indien men vooraf een systematische algemene theorie ontwikkelt van de oneindige reeksen en de oneindige produkten. En dit wijst op een zeer belangrijk feit, dat door Polya niet voldoende onderlijnd en zelfs tenauwernood vermeld wordt, namelijk het feit dat bepaalde konkrete problemen slechts een wiskundig-exacte oplossing kunnen krijgen in het kader van een algemene abstracte theorie, die duidelijker de logische bindingen bloot legt als het oorspronkelijke konkrete probleem. En hieruit blijkt nog eens hoe de abstrakte methoden der wiskunde experimenteel veel verder reiken dan de oorspronkelijke konkrete problemen waaruit zij ontstaan zijn en *dus zeker hun belang hebben in de toegepaste wiskunde.*

Er zit ook nog een andere les in het voorbeeld van Euler. Oorspronkelijk vertrekt Euler van een algebraïsche identiteit, die hij zonder meer overhevelt in de topologische (of beter topologisch-algebraïsche) struktuur der oneindige reeksen en produkten. Die werkwijze stelt echter een belangrijk wiskundig probleem. Gegeven twee strukturen A en B, welke resultaten van de struktuur A zal men en onder welke voorwaarden kunnen voortzetten in de structuur B? Hierbij dient natuurlijk verondersteld te worden dat A en B zekere kenmerken gemeen hebben en misschien moet men zelfs veronderstellen dat omgekeerd bepaalde voorwaarden en restricties in B het mogelijk maken alle (of sommige?) resultaten van A terug te vinden.

Het tweede voorbeeld van Euler heeft betrekking op de som $\sigma$ (n) der delers van een natuurlijk getal n. Ik ga het niet in bijzonderheden beschrijven, daar de uiteenzetting te lang en te technisch zou worden. De argumenten, die Euler aanhaalt om de eigenschap van $\sigma$ (n), die hij door inductie ontdekt heeft, te staven zijn van dezelfde aard als in het eerste voorbeeld :

hij manipuleert oneindige reeksen en zelfs dubbelreeksen en oneindige produkten zonder zich om hun konvergentie (en dus om hun topologische eigenschappen) te bekommeren. Hij schijnt te vertrouwen dat er (zoals wij vandaag zouden zeggen) een wiskundige struktuur bestaat waarin zijn argumenten, mits een behoorlijke wijziging en herinkleding volkomen geldig zijn. En dit stelt opnieuw het probleem van de overdracht van bepaalde eigenschappen van de ene struktuur in de andere, o.a. van de ene topologische struktuur naar de andere, — een probleem dat in dit speciale geval reeds gedeeltelijk opgelost is.

Polya zelf hecht blijkbaar zeer groot belang aan deze « induktie-methode » (die men niet moet verwarren met het princiep der volledige induktie)» Nochtans moet men oppassen en haar niet een al te grote plaats gaan inruimen. Men kan hoogstens verwachten dat dergelijke methoden met vrucht van toepassing kunnen zijn in lineair geordende verzamelingen of in bepaalde ketens van partieel geordende verzamelingen.

## 4. Besluit.

Definieert men het experiment als « een procédé om een hypothese te testen », dan blijkt wel dat er van wiskundig experiment mag gesproken worden. Het opstellen van de werkhypothesen en het uitvoeren van het experiment in casu het zoeken naar een bewijs, zijn nauw verbonden met de wiskundige methodenleer. Het zou ten zeerste wenselijk zijn deze laatste uit te bouwen tot een zelfstandige tak der wetenschap.

Gent de 16/05/1964 F. Wuytack.