

ZUR FORMALEN PRAGMATIK DES NEGATORS*

Carl Friedrich Gethmann

A. DIEMER hat in seinem *Grundriss der Philosophie* auf das ungeklärte Begründungsverhältnis zwischen der Logik und den "inhaltlichen" philosophischen Disziplinen hingewiesen, das den Anspruch der Logik — v.a. der modernen Logik nach FREGE — in Frage stelle, ein philosophisch neutrales Instrumentarium zu sein.¹ Im folgenden soll am Beispiel des Negators der Versuch gemacht werden, eine Konzeption von Logikrechtfertigung zu skizzieren, die von Voraussetzungen der Erkenntnistheorie, (rationalen) Psychologie und Ontologie frei ist — allerdings rekuriert auf bestimmte elementare lebensweltlich eingeübte Fähigkeiten (z. B. Handlungen nacheinander vollziehen zu können) und somit von einem gewissen Stand menschlicher *Kultur* abhängig ist, für den sich eine *Naturnotwendigkeit* nicht demonstrieren lässt.

1. "Transzendente" Logikrechtfertigung

Dass die Logik als Theorie oder Kunst des korrekten schlussfolgernden Argumentierens ein notwendiges, wenn auch nicht hinreichendes Instrumentarium der kritischen Arbeit des Philosophen sei, wird seit ARISTOTELES von den Philosophen nahezu einhellig bestätigt. Das Interesse an einem formalen Reglement des Argumentierens ist mit der kritischen Rückfrage nach den Gründen unserer gemeinhin angenommenen Ueberzeugungen bei ARISTOTELES mitgesetzt: stehen sich im politischen, forensischen oder philosophischen Diskurs Parteien gegenüber, von denen jede glaubt, gute Gründe für ihre Meinung zu haben, dann ist es nützlich, ein parteieninvariantes und damit überwillkürliches Prüfungs- und Entscheidungsinstrument zur Verfügung zu haben. Die grosse Leistung des ARISTOTELES besteht eben darin, mit der Syllogistik eine solche, aus den Regeln lebensweltlichen Argumentierens ausgegrenzte

Disziplin geschaffen zu haben und damit ein der Verbesserung, Verfeinerung und Erweiterung fähiges *Paradigma* vorgegeben zu haben, an dem zu arbeiten auch die grossen Philosophen durchweg für lohnenswert gehalten haben.

1.1 Die *neuzeitliche Philosophie* hat mit letzter Radikalität die Prüfung aller praktischen und theoretischen Geltungsansprüche einschliesslich derjenigen der "sicheren" Wissenschaften und der Philosophie selbst zum Programm der Philosophie erhoben. Es sollte sich von selbst verstehen, dass für die neuzeitliche Philosophie auch die Logik ein Thema der Geltungskritik und Geltungskonstitution zu sein habe. Alles zu kritisieren, das Instrumentarium der Kritik aber unbesehen gelten zu lassen, müsste dementsprechend logischer Dogmatismus sein. Selbstverständlich hat es solche kritische Arbeit an der Logik im Laufe der Neuzeit gegeben; dazu braucht nur an LEIBNIZ oder BOLZANO erinnert zu werden. Allerdings überwog in der Philosophie der Neuzeit die Einstellung, die "formale" Logik als von niederer Bedeutung zu schenken und über sie eine andere, transzendente, dialektische, hermeneutische usw. Logik zu setzen. Der Terminus "Logik" wurde dabei schliesslich in blosser Aequivokation (durch das tertium comparationis *notwendiger* Bewusstseins- oder Denkstrukturen motiviert) verwendet. Die Suche nach "höheren" oder "tieferen" Logiken — so legitim sie sein mag — hatte damit jedoch für die "formale" Logik eine fatale, dem kritischen Anspruch der Philosophie widersprechende Konsequenz. Da sie als bloss vorläufige, niedere, triviale, "verstandesgemässe" Konzeption von Denk- bzw. Redenotwendigkeiten "entlarvt" war, schien sie der Mühe kritischer Rechtfertigungsüberlegungen nicht mehr wert.

Zur Erläuterung mag ein Blick auf die Konzeption *transzendentaler Logik* genügen. KANT entwickelt seine Idee einer transzendentalen Logik noch in Parallelisierung und Abgrenzung zur formalen Logik, welche von den Erkenntnisinhalten abstrahierend die bloss Form der Inhalte in ihrem Verhältnis zueinander untersuche. Die transzendente Logik sei demgegenüber einerseits eingeschränkter, da sie nicht von allen Inhalten der Erkenntnis abstrahiere, andererseits fundamentaler, da sie nach den Bedingungen der Möglichkeit der Erkenntnisse frage, die die formale Logik bereits als vorhanden voraussetze.² — Bei FICHTEs Konzeption der transzendentalen Logik ist die Verbindung mit der formalen Logik vollständig gelöst. Zwar gesteht FICHTE in der frühen Konzeption der Wissenschaftslehre zu, dass diese die Regeln der Logik als gültig voraussetze³;

die Frage, wie diese Regeln ihrerseits im Begründungsgang der Wissenschaftslehre "entstehen" bleibt hier jedoch ebenso ungeklärt wie in dem späten Entwurf zur transzendentalen Logik. — HUSSERL hat zwar das Problem der Konstitutionsproblematik der formalen Logik als eigenständiges Problem erkannt und zum Gegenstand seiner Untersuchungen gemacht. HUSSERL hat auch bereits wichtige Bedingungen dafür genannt, dass man überhaupt reine Formen explizieren kann (vgl. z.B. die Aussagen zum Begriff der "Operation" als Leitbegriff der Formenforschung⁴); durch seine Analyse werden jedoch nicht Regeln einer bestimmten Gestalt von Logik ausgezeichnet, sondern lediglich einige generelle Bedingungen der traditionellen Logik aufgeklärt.

Die Bemühungen um eine transzendente Logik, zu denen natürlich in Kürze nicht abschliessend Stellung genommen werden kann, sind jedenfalls *nicht* zugleich Bemühungen um eine *transzendente Rechtfertigung der (formalen) Logik*. Parallele Feststellungen wird man für andere Sorten "höherer" Logiken treffen können. Sollten diese philosophiehistorischen Andeutungen zutreffen, dann wird man die Logik — obwohl "Logik" ein Zentralthema neuzeitlicher Philosophie ist — als Stiefkind philosophischer Begründungsreflexion bezeichnen dürfen. In dieser Hinsicht unterscheidet sich der instrumentelle Dogmatismus der modernen analytischen Philosophie (formalsprachlicher Observanz) übrigens nicht prinzipiell von demjenigen z. B. KANTs; lediglich die Logik selbst hat sich in der Zwischenzeit geändert — allerdings nicht aus philosophischen Gründen. Die Beteiligung von Philosophen an der Entwicklung der modernen Logik war bis weit ins zwanzigste Jahrhundert hinein denn auch eher marginal.⁵

1.2 Von daher ist es gar nicht verwunderlich und geht es auf das Konto der Philosophen selbst, wenn sich die moderne Logik in ihrer weitverbreiteten formalsemantischen Auffassung als philosophisch voraussetzungsreich und problematisch erweist. Dieser Sachverhalt lässt sich an FREGEs sprachphilosophischer Grundkonzeption, die der Absicherung und Explikation des von ihm geschaffenen Logikkalküls dient, besonders gut demonstrieren.⁶ Die Logik beschäftigt sich nach FREGE (im Unterschied zu ARISTOTELES) keineswegs mit dem Argumentieren als einer Weise sprachlichen Handelns, sondern mit den Strukturen von "Gedanken"; das sind Sachverhalte, die unabhängig von der subjektiven Anerkennung wahr oder falsch "sind", d.h. vom tatsächlichen Denkvollzug unabhängig existieren.

Gedanken im Sinne FREGEs werden nicht hervorgebracht, sondern erfasst oder verfehlt. Das Erfassen der Gedanken nennt FREGE "denken", das als wahr anerkennen "urteilen", die Ausserung (Kundgabe) von Urteilen schliesslich "behaupten". Die Logik beschäftigt sich somit nach dieser Konzeption nicht mit den Regeln "behauptender" Rede (das wäre bloss Grammatik), sondern mit der Struktur der Gedanken, v.a. dem "Wahren" und "Falschen" als denjenigen Entitäten, durch die die Bedeutung von Gedanken denotiert ist.

FREGEs Konzeption enthält ersichtlich starke ontologische, bes. universalientheoretische Annahmen, die der historisch gebildete Philosoph nicht für unproblematisch halten kann. Zudem scheint die Rede vom Denken und Urteilen gegenüber den Errungenschaften "höherer" Logiken, z. B. der transzendentalen Logik in der Nachfolge KANTs ausgesprochen naiv. Bemerkenswert ist übrigens, dass viele Logiker auch da, wo der "Mentalismus" FREGEs durch einen "linguistic turn" beseitigt wurde, die Konzeption der "Gedanken" (engl. propositions) weiter verfochten und zu einer eigenen Semantiktheorie in der Nachfolge TARSKIs und CARNAPs verfeinert haben.

Vor allem bleibt in der sich an FREGE anschliessenden Konzeption der Logik ungeklärt, was die überindividuellen Strukturen von Gedankenkonstellationen eigentlich mit einer "Logik" im Sinne der Rekonstruktion vernünftigen Argumentierens zu tun haben sollen. Dass sich logische "Strukturen" auf sprachliche Phänomene anwenden lassen, muss in dieser Sicht der Dinge eher als wundersame prästabilierte Harmonie zwischen verschiedenen Welten erscheinen.⁷ Diese Schwierigkeit legt besonders für denjenigen, der nicht bloss an "Strukturen", sondern an Instrumenten zur Lösung von Problemen interessiert ist, den Gedanken nahe, die Logik nicht als *deskriptive Strukturtheorie*, sondern als *präskriptive Handlungstheorie* (nämlich argumentativen Redehandeln) zu verstehen. Erst bei diesem Verständnis ergibt sich übrigens im genuinen Sinn ein Rechtfertigungsproblem. Versteht man nämlich die Logik als Theorie von Gedanken und ihren Beziehungen zu merkwürdigen Dingen namens "das Wahre" und "das Falsche", dann bedürfen die "Gesetze" der Logik nur noch einer *Deutung*, d. h. der richtigen Bezugnahme auf die übersubjektiv existierenden Gedanken; wobei, nebenbei gesagt, die Vernünftigkeit der Annahme derartiger Dinge natürlich begründungsbedürftig ist. Versteht man demgegenüber die Logik als präskriptive Handlungstheorie, dann soll sie Regeln des tatsächlichen sprachlichen Handelns enthalten, bezüglich derer zu fragen ist, wie

man sie denn rechtfertigt.

Dieses Problem der Logikrechtfertigung ist nun aus einem entscheidenden Grunde nicht trivial. Die Regeln lassen sich nicht aus dem tatsächlichen argumentativen Handeln deskriptiv erheben, denn dieses steht ja in Verdacht, fehlerhaft zu sein. Ferner lassen sich konkurrierende Regelverwendungen beschreiben, die wiederum ein Argumentieren pro aut contra notwendig machen, was zu einer Iteration des Problems führt. Aus dieser Situation hilft mit Blick auf die Tradition der Transzendentalphilosophie eine topische Argumentationsfigur heraus, auf deren sprachpragmatische Variante K.-O. APEL hingewiesen hat.⁸ Als notwendige Präsuppositionen (sprachlicher) Vollzüge können jedenfalls diejenigen betrachtet werden, die auch dann in Anspruch genommen werden, wenn man sie bestreitet. Beschränkt man sich auf eine konstative Logik, d. h. eine solche, die es mit Behauptungen zu tun hat, dann kann man die Ueberlegung auch so zuspitzen: Regeln für die Einlösung von mit Behauptungen erhobenen Geltungsansprüchen sind jedenfalls diejenigen, die man anerkennen muss, wenn man solche Regeln bestreitet. Von einer "Letztbegründung" soll in diesem Zusammenhang allerdings nicht gesprochen werden, weil dieses "transzendente" Argument nur gegenüber demjenigen einschlägt, der anerkennt, dass er nicht bestreiten kann, was er gerade behauptet (Regel vom zu vermeidenden pragmatischen Widerspruch).⁹ Es macht allerdings für die Arbeit der Philosophie wenig aus, wenn sie sich nur an die Menschen wendet, die überzeugt sind, dass pragmatische Widersprüche zu vermeiden seien.

1.3 Die Voraussetzungshaftigkeit des transzendentalen Arguments ist methodisch für die Einsicht wichtig, dass für den Rekurs auf notwendige Präsuppositionen des Handelns zu unterstellen ist, dieses Handeln werde bereits *richtig* gekonnt; für die Ausgrenzung von logischen Regeln bedeutet dies, dass man unterstellen dürfen muss, dass elementare diskursive Handlungen wie z. B. das Behaupten bereits lebensweltlich gekonnt sind. Zwar kann man jemandem, der weiss, wie Behauptungen zu vollziehen sind, auch die Gelingensbedingungen von Behauptungen als verbindlich deutlich machen. Keine sinnvolle philosophische Ueberlegung ist es jedoch, wie man jemandem, der über ein entsprechendes Können nicht verfügt, eine diesbezügliche Argumentation nahebringen kann. Für die methodische Zirkelfreiheit einer Rechtfertigung logischer Regeln genügt es, dass für die Rekonstruktion diskursiver Redehandlungen und

ihrer Regeln nicht bereits logische Regeln als gültig in Anspruch genommen werden.

Die systematische Rekonstruktion diskursiver Redehandlungen und ihrer Regeln muss somit zwar der Logik vorausgehen, wenn sie in rechtfertigender Absicht durchgeführt wird. Es muss jedoch nicht unterstellt werden, Menschen verstünden nicht bereits argumentativ zu handeln. Aus der lebensweltlichen Argumentationspraxis, die durch hinsichtlich ihrer Geltung zumeist unbegriffene Regeln geleitet ist, sind dann solche Regeln auszugrenzen, die geeignete Kandidaten für die Formulierung einer Disziplin "Logik" sind. Diese Aufgabe systematischer Rekonstruktion argumentativen Handelns soll zusammenfassend (in Weiterführung eines Vorschlags von P. LORENZEN) "*Protologik*" heißen. Von "*logischen*" Regeln soll definitorisch dann gesprochen werden, wenn für derartige Regeln ihre Situations- (d.h. Parteien- und Kontext-)invarianz festgestellt werden kann. Parteieninvariante aber kontext-variante Regeln heißen *topische*, situationsvariante dagegen *rhetorische* Regeln.

Für die schrittweise methodische Rekonstruktion logischer Regeln in diesem Sinn lassen sich *drei* methodisch aufeinander aufbauende und durch unterschiedliche methodische Zwecke charakterisierbare *Abschnitte* unterscheiden:¹⁰

a. Zunächst werden diejenigen Redehandlungen rekonstruiert, auf die sich jedes argumentative Handeln stützen muss. Ausgehend von den in solchen Redehandlungen unterstellten Zwecken der Verständlichkeit und Verlässlichkeit lassen sich dann solche Sukzessionen von Redehandlungen konstruieren, die diesen Zwecken am besten dienen; auf diese Weise gelangt man schrittweise zu bestimmten Sukzessionsschemata (Diskursen). Der erste Schritt des methodischen Aufbaus besteht also in einer "*Schematisierung*" von *Begründungsdiskursen*.

b. Diskursive Meinungsbildung unter den Zwängen knapper Zeit und hoher Komplexität führt unter den Gesichtspunkten von Diskursabkürzung und Diskursvereinfachung zu der Ueberlegung, Sequenzen von Diskursen unter Beibehaltung ihrer diskursiven Kraft zu modifizieren. Der entsprechende Ausdifferenzierungsschritt heisst daher "*Logisierung*" von *Begründungsdiskursen*.

c. Die Komplexität logischer Regeln und ihre Kombinierbarkeit führt das pragmatische Bedürfnis herbei, über logische Regeln unter den Gesichtspunkten der Vollständigkeit und Zuverlässigkeit einen systematischen Ueberblick zu ermöglichen. Dieser Abschnitt wird "*Kalkülisierung*" von *Begründungsdiskursen* genannt. Der bis

zur Kalkülisierung gelangte Aufbau der Protologik erlaubt schliesslich, diejenigen Regeln auszugrenzen, die unter jeder kontextuellen Annahme rechtfertigbar sind ("Logik").

Aus der allgemeinen Aufgabenstellung einer protologischen Rechtfertigung logischer Regelsysteme soll in diesem Beitrag ein besonderes Problem herausgegriffen werden. Es entsteht im Zusammenhang mit der Tatsache, dass die moderne Logik *viele Logische Kalküle* kennt. Die Pluralität logischer Kalküle kann dabei in einer unproblematischen und einer problematischen Verwendungsweise des Plurals betrachtet werden. In einer unproblematischen Verwendung spricht man dann von Kalkülen, wenn man sie sich in einem methodischen Kontinuum z. B. entsprechend ihrer Ausdrucksstärke angeordnet denkt, so dass zwar Wahlprobleme entstehen, jedoch keine strikten Konkurrenzprobleme. Demgegenüber gibt es auch eine konkurrierende Verwendungsweise des Plurals; z. B. sind in dem skizzierten Kontinuum der minimale, intuitionistische und klassische Propositionenkalkül der Prädikatenlogik (1. Stufe) an der gleichen Stelle zu plazieren.

Derartige Wahlprobleme sind besonders für den "Anwender" einer Logik, z. B. den mit Hilfe einer Logik rekonstruktiv tätigen Wissenschaftstheoretiker u. U. äusserst folgenreich.¹¹ Dies ist hinreichende Motivation, die Frage aufzuwerfen, *ob mit Hilfe protologischer Ueberlegungen auszeichnende Gesichtspunkte für die Wahl eines Kalküls gewonnen werden können.*

Viele Logiker sind in Bezug auf das formulierte Problem allerdings der Meinung, dass eine methodisch gesicherte Beantwortung dieser Frage nicht möglich ist. QUINE entscheidet sich beispielsweise gegen die intuitionistische und für die klassische Logik, weil der klassische Kalkül dem intuitionistischen an "Vertrautheit", "Handlichkeit", "Einfachheit" und "Schönheit" überlegen sei.¹² Es dürfte sich erübrigen, die Unangemessenheit derartiger Gesichtspunkte für die Entscheidung der Frage nach der anzuwendenden Logik ausführlich zu erörtern. Eine solche ästhetisierende Sicht der Logik ist offenbar vor allem dadurch motiviert, dass man andere, nämlich methodische Unterscheidungsgesichtspunkte nicht für angebar hält. Demgegenüber soll im folgenden demonstriert werden, dass die formalpragmatische Rekonstruktion logischer Regeln unter dem Gesichtspunkt "transzendentaler" Rechtfertigung die Formulierung *methodischer* Kriterien für die adäquate Verwendung von Logikkalkülen erlaubt.

2. Zur Rekonstruktion von Bestreitungshandlungen

Logische Regeln, durch die logische Operatoren gebrauchssemantisch definiert werden, sind Regeln zur Diskursabkürzung und -vereinfachung. Eine Möglichkeit, Diskurse abzukürzen und zu vereinfachen ergibt sich, wenn man die Möglichkeiten untersucht, Behauptungen über Diskursergebnisse, nämlich die (faktische) Begründetheit ($\Vdash .p.$) und Unbegründetheit ($\Vdash \neg .p.$) von Behauptungen aufzustellen. Dabei wird die Untersuchung hier auf die Unbegründetheitsbehauptungen beschränkt.¹³ Die Tatsache, dass die Behauptung von $.p.$ unbegründet bleibt, d. h. dass O seine Zustimmung verweigert, kann viele parteien- und/oder kontextvariante Gründe haben, die von der schlechten Laune der die Rolle des O einnehmenden Partei über die Sachunkundigkeit in der zur Debatte stehenden Angelegenheit bis zur pragmatischen Unmöglichkeit, eine Zustimmung zu vollziehen, reichen können. Logisch interessant sind (per definitionem) diejenigen Fälle von Unbegründetheit, in denen jeder-mann für jeden Kontext, aus dem die erörterten Propositionen stammen könnten, seine Zustimmung verweigern müsste. Dies ist jedenfalls mit Sicherheit dann der Fall, wenn man von O fordert, eine Handlung, z. B. eine Behauptung, zugleich zu vollziehen und den Vollzug zu unterlassen. Dies geschieht, wenn P unter Rückgriff auf eine Prämisse $.q.$ verlangt, O möge $.p.$ zustimmen (materiales Folgern: $\vdash \rightarrow$), zugleich jedoch $\neg .p.$ als unbegründet (in bezug auf diese oder jede Partei) feststeht. O könnte nur noch die Behauptung der Unbegründetheit (Repulsion) dieses Verlangens vollziehen, weil $.q.$ ja bereits als untaugliche Stütze für $.p.$ festgestellt wurde. Als Abkürzung für die Behauptung der Tatsache, dass $.q.$ zurückzuweisen ist, sei $\neg q.$ notiert; " \neg " heisse "*Negator*". Man kann somit folgende *Negatoreinführungsregel* angeben :

$$(1) \quad .q. \vdash \rightarrow .p., \Vdash \neg .p. \Rightarrow \vdash \neg q.$$

Gegenläufig erhält man eine *Negatorbeseitigungsregel*, wenn man wiederum den Fall als parteien- und kontextinvariant auszeichnet, dass O zugemutet wird, auf der Basis von $.q. .p.$ und $\neg p.$ zuzustimmen. $.q.$ muss in diesem Fall eine nicht-akzeptable Basis und somit unbegründet sein :

$$(2) \quad .q. \vdash \rightarrow .p., .q. \vdash \rightarrow \neg p. \Rightarrow \Vdash \neg .q.$$

Da die Negatorregeln nunmehr parteien- und kontextinvariant sind, wird durch (1) und (2) nicht nur eine faktische Unbegründetheit, sondern eine pragmatische Unbegründbarkeit ausgezeichnet. Durch den Negator sei die umgangssprachliche Partikel "nicht" in ihrer Verwendung normiert. Eine durch Negator ausgezeichnete Proposition heisse eine *Negation*.

Mit Hilfe des durch (1) und (2) charakterisierten Negators lässt sich nun ein *Performer des Bestreitens* (\neg) aufgrund der Ueberlegung einführen, dass eine Behauptung von $.p$ den Uebergang zur Bestreitung der Negation von $.p$ ermöglichen muss. Wer nämlich Aussicht auf Begründung von $.p$ haben will, der muss wenigstens auch bereit sein darzutun, dass $.p$ nicht gerade unbegründbar ist. Wer $.p$ behauptet, muss daher $. \neg p$ bestreiten können :

$$(3) \quad \frac{}{p} .p. \implies \frac{}{\neg p} . \neg p.$$

Umgekehrt gilt für Bestreitungen, dass wer $.p$ bestreitet, bereit sein muss, $. \neg p$ zu behaupten :

$$(4) \quad \frac{}{\neg p} .p. \implies \frac{}{p} . \neg p.$$

2.1. Die bisher formulierten protologischen Regeln (1) und (2) sind methodisch als Mittel eingeführt, um Diskurse abzukürzen bzw. zu vereinfachen. Für die folgenden Ueberlegungen wird nun unterstellt, dass analog zu den Negatorregeln auch Subjunktoregeln, Konjunktoregeln (einschliesslich Generalisator-) und Adjunktoregeln (einschliesslich Partikularisator-) Regeln eingeführt werden können.¹⁴ An Beispielen lässt sich dann zeigen, dass weitere Regeln durch einfache Substitution erzeugt werden können. Als Hilfsmittel zu ihrer Formulierung lassen sich statt Propositionenkonstanten p, q, r, \dots Propositionenvariablen A, B, C, \dots für beliebig aus Operatoren zusammengesetzte Propositionen verwenden. Ist diese Möglichkeit des Umgangs mit logischen Regeln erarbeitet, ergibt sich das pragmatische Problem, wie über die unendlich vielen konstruierbaren Regeln ein Ueberblick zu gewinnen ist; dies bedeutet genauer: man möchte wissen, ob die Regeln, über die man verfügt, die Logisierungsmöglichkeiten ausschöpfen (*pragmatische Vollständigkeit*) und ob sich Regeln ergeben, die nicht rechtfertigbar sind (*pragmatische Zuverlässigkeit*). Ein Verfahren, sich über unendlich viele Regeln einen systematischen Ueberblick zu verschaffen, heisse "Kalkülisierung". Ein Kalkül wird gebildet durch eine Klasse sche-

matisch befolgbarer Uebergangsvorschriften, Kalkül-Regeln.¹⁵

Für die Darstellung eines Kalküls folgen wir GENTZENs "Kalkül des Natürlichen Schliessens"¹⁶, weil er die einfachste Möglichkeit darstellt, die drei zu betrachtenden Negatoren miteinander zu vergleichen. Für den Regelpfeil wird der waagerechte Strich dann zugelassen, wenn der Kalkül-Regelübergang im protologisch definierten Sinn "logisch" oder "topisch" ist; Performatoren werden eliminiert (ohne dass sich etwas am Verständnis der Propositionen ändert), weil nur noch Formulierungen mit Behauptungsperformator betrachtet werden; die Annahme, dass O dem Antezedens einer materialen Folgerungshandlung zustimmt, wird durch [] ausgezeichnet.

Für den gemeinsamen "affirmativen" (negator-freien) und quantoren-freien¹⁷ Teil K der durch die verschiedenen Negatoren gebildeten Kalküle werden folgende durch die protologischen Bedeutungsregeln der Operatoren gerechtfertigten Kalkülregeln angegeben:

$$\begin{array}{ll}
 (\rightarrow E) \quad \frac{[A]^1}{B} \quad (\rightarrow E)^1 & (\rightarrow B) \quad \frac{A \quad A \rightarrow B}{B} \\
 (\wedge E) \quad \frac{A \quad B}{A \wedge B} & (\wedge B) \quad \frac{A \wedge B \quad A \wedge B}{A \quad B} \\
 (\vee E) \quad \frac{A}{A \vee B} \quad \frac{B}{A \vee B} & (\vee B) \quad \frac{[A]^1 [B]^2}{A \vee B \quad C \quad C} \quad (\vee B)^{1,2} \\
 & C
 \end{array}$$

(mit []ⁿ als Annahmezeichen; ()ⁿ bei Annahmeseitigung).

Folgt in einem Kalkül K_x (mit $x = m, i, k$) eine Behauptung von A aus einer Menge von Annahmen Γ gemäss den Regeln des Kalküls, dann soll gesagt werden, A sei aus Γ *ableitbar in K_x* :

$$(5) \quad \Gamma \underset{x}{<} A$$

Ist $\Gamma = \emptyset$ (sind also alle "Annahmen beseitigt") dann soll A *beweisbar in K_x* heissen :

$$(6) \quad \underset{x}{<} A$$

Die bisher behandelten Negatorregeln sind protologisch, also ohne

Inanspruchnahme eines logischen Kalküls formuliert und gerechtfertigt. Verfügt man nun jedoch über einen Kalkül, in welchem Negatoren vorkommen, dann kann man über das Ableiten aus Negationen Fragen aufwerfen, die sich protologisch noch nicht stellen lassen. Z. B. kann man die Frage stellen, welche Folgen es hat, wenn in einem Kalkül eine unbegründbare Proposition *ableitbar* ist. Dies ist keine protologische Frage, weil der Begriff der Ableitung — gemäss seiner Einführung — an einen Kalkül gebunden ist, dessen Aufbau ja die protologischen Rekonstruktionsbemühungen erst noch gelten. Ist nun die Protologik zu einem Ergebnis gekommen, d.h. ist ein Kalkül protologisch gerechtfertigt, dann beginnt das Argumentieren *in* einem Kalkül, d. h. gemäss Kalkülregeln, somit *Logik*. Erst jetzt kann somit gefragt werden, welche Folgen eine ableitbare unbegründbare Proposition hat. Wie durch die Regel der Negatorbeseitigung (2) gezeigt, entsteht eine unbegründbare Proposition dann, wenn der Proponent versucht, aus ein und demselben Antezedens .q. sowohl .p. als auch $\neg p$. zu folgern. Da er damit jedoch das Versprechen abgibt, auf der Grundlagen von .q. sowohl die Begründetheit als auch die Unbegründetheit von .p. zu behaupten, wurde das Antezedens als unbegründbar bezeichnet. Dies gilt für jedes beliebige (evtl. mit Operatoren zusammengesetzte) Antezedens A. Angenommen nun, in einem Kalkül wird aus beliebigen Antezedentia sowohl die Behauptung von A als auch die von $\neg A$ als zu vollziehende Handlung gemäss den Regeln des Kalküls abgeleitet, dann weiss man gemäss den Regeln, dass unter den Antezedentia unbegründbare Propositionen sein müssen. Für diesen Fall sei als nächster Schritt die Ableitung der Behauptung, "dass in der Ableitung bis zu diesem Punkt unbegründbare Propositionen vorkommen", vorgeschrieben. Diese "Unbegründbarkeitsbehauptung" soll abgekürzt werden durch: $\vdash .\wedge .$ " \wedge " heisse "*Falsum*". Als Kalkülregel der Negation soll somit mit Hilfe des Falsum notiert werden :

$$(\neg E) \quad \frac{[A]^1}{\wedge} \quad (\neg E)^1 \qquad (\neg B) \quad \frac{A \quad \neg A}{\wedge}$$

Mit diesen beiden Regeln wird aus K der "minimallogische" Kalkül K_m .¹⁸ Sie gehen in der Bedeutungsfestlegung des Negators nicht über die protologische Unbegründbarkeit hinaus.¹⁹

Wie sich zeigte, muss man für die Einführung des Negators wesentlich auf den Folgerungsoperator bzw. den Subjunktör zurückgreifen;

der Negator lässt sich jedoch nicht auf den Subjunktore terminologisch reduzieren. Für die Formulierung der Negatorregeln muss man nämlich protologisch auf die Unbegründbarkeit, somit logisch auf das Falsum zurückgreifen; um das Falsum einzuführen, muss man jedoch wesentlich auf den Negator zurückgreifen. Der Negator ist also nicht terminologisch eliminierbar; verfügt man allerdings über das Falsum, lässt sich auf den Negator verzichten²⁰: Ist somit ein Kalkül K_x zur Erzeugung logischer Regeln auf der Grundlage protologisch rekonstruierter Kalkül-Regeln gegeben, dann kann man folgende *Definitionen* angeben :

$$(D \neg) \quad \neg A \iff A \longrightarrow \perp$$

Die *Widerlegbarkeit* einer Behauptung von A lässt sich ferner generell als Beweisbarkeit von $\neg A$ definieren :

$$(7) \quad \text{Wid}_x(A) \iff \overset{<}{x} \neg A \iff \overset{<}{x} (A \longrightarrow \perp)$$

Pragmatisch ist die Bedeutung des Widerlegbarkeitsbegriffs für den Performator des Bestreitens analog zum Beweisbarkeitsbegriff für den Performator des Behauptens zu betrachten. Widerlegbare Propositionen sind solche, die "in jedem Fall", d.h. situationsinvariant bestritten werden können; wer .p. widerlegen kann, kann "logisch" die Unbegründbarkeit von .p. behaupten.

Für die zu K_m gehörenden Negatorregeln sei nun die minimal-logische Widerlegbarkeit terminologisch so charakterisiert: Ist $\neg A$ beweisbar in K_m , dann heisse A minimal-logisch-falsch oder *refutabel*.²¹

Durch dieses nunmehr eingeführte Verständnis von Refutabilität lässt sich die pragmatische Bedeutung des Bestreitungsperformators und damit die ihm zugrundeliegende Handlung der Repulsion für logisch wahre/falsche Propositionen in einem ersten Schritt eingrenzen; demgemäss heisst .p. bestreiten, die Refutabilität von .p. behaupten; bzw. heisst .p. behaupten, die Refutabilität von .p. bestreiten. Zu beachten bleibt, dass diese Bedeutung des Bestreitungsperformators an die Kenntnis des Kalküls K_m gebunden bleibt. Daher soll explizit von *minimalem Bestreiten* ($\neg \vdash_m .p.$) gesprochen werden. Für minimales Bestreiten gelten folgende Performatorenregeln :

$$(8) \quad \neg \vdash_m .p. \implies \vdash_m .p \longrightarrow \perp \iff \vdash_m \neg p.$$

$$(9) \quad \vdash \cdot p \cdot \Rightarrow \neg \vdash_m p \rightarrow \wedge \cdot \Leftrightarrow \neg \vdash_m \neg p.$$

Der Vergleich mit (1), (2) zeigt, dass durch diese Regeln die Bedeutung des Negators in K_m ohne Bedeutungs-Ueberschuss aus den protologischen Regeln übernommen wurde.

Betrachtet man nun die Funktion des Negators in K_m , dann ist u.a. bemerkenswert, dass in K_m durch das Auftreten einer unbegründbaren Prämisse jede beliebige Proposition refutabel ist und somit negiert auftritt. In K_m ist daher als typisch "minimales ex falso quodlibet" beweisbar :

$$(10) \quad \begin{array}{c} \begin{array}{c} \frac{[A \wedge \neg A]^1}{A} \quad (\wedge B) \quad \frac{[B]^2}{A \wedge B} \quad (\wedge E) \\ \frac{A \wedge B}{A} \quad (\wedge B) \end{array} \quad \frac{[A \wedge \neg A]^1}{\neg A} \quad (\wedge B) \\ \hline \frac{\wedge}{\neg B} \quad (\neg E)^2 \\ \hline \frac{\neg B}{A \wedge \neg A \rightarrow \neg B} \quad (\rightarrow E)^1 \end{array}$$

2.2 Nach den protologischen Ueberlegungen hat sich die Unbegründbarkeit aus einer pragmatischen Situation ergeben, in der P aus Antezedentia ein .p. zu behaupten und zu bestreiten vorgibt. Dies erwies sich als Indiz dafür, dass die Antezedentia (d. h. ihre Konjunktion) unbegründbar sind. O kann nämlich nicht der Behauptung von .p. und von $\neg p$ zustimmen, d. h. seinerseits zugleich die Behauptung von .p. übernehmen und dies unterlassen, der pragmatische Sinn der Widerlegbarkeitsbehauptung ist somit, auf die Unzuverlässigkeit von Prämissen als argumentative Stütze aufmerksam zu machen. Aus der Refutabilität folgt nun die Beliebigkeit einer negativen Proposition. Taucht somit in einer Ableitung eine beliebige negierte Proposition kraft $(\neg E)$ auf, dann ist dies ein eindeutiges Indiz für pragmatisch nicht-vollziehbare Prämissen (d. h. die Menge der Annahmen ist nicht insgesamt begründbar).

Für diesen Gedanken ist nun allerdings nicht wesentlich, dass die beliebige Proposition immer negiert sein muss. Entscheidend für das Kennzeichen der Unbegründbarkeit im Kalkül (Widerlegbarkeit) ist nicht die Negation der abgeleiteten Proposition, sondern ihre *Beliebigkeit*. Werden als argumentative Handlungen also nur

noch Handlungen gemäss Regeln *in* einem Kalkül zugelassen, dann ist die Bedeutung des Falsum auch dadurch angebar, dass man aus ihm eine beliebige (negative oder affirmative) Proposition abzuleiten vorschreibt. Wenn das Falsum abgeleitet werden kann, d. h. wenn die Affirmation und Negation eines beliebigen A begründet werden kann, dann kann eben jede beliebige Proposition D ebenfalls begründet werden. Umgekehrt: kann eine beliebige Proposition begründet werden, dann muss Falsum vorhergehen. Für diese Beliebigkeit ist gleich-gültig, ob die beliebige Proposition negiert oder affirmiert ist. Dies ist die pragmatische Motivation für die Regel des "ex falso quodlibet sequitur" (EFQ). Aus dem bisher bekannten Kalkül K_m entsteht ein Kalkül K_i (intuitionistischer Kalkül), wenn man zu K_m folgende Kalkülregel hinzunimmt :

$$(EFQ) \frac{\Lambda}{D}$$

Für die intuitionistische Widerlegbarkeit sei terminologisch festgelegt: Ist $\neg A$ in K_i beweisbar, dann heisse A intuitionistisch-logisch-falsch oder *absurd*.

Mit Hilfe dieses Verständnisses von Absurdität lässt sich die Bedeutung des Bestreitungsoperators für den Fall, dass alle Behauptungen nur noch durch Regeln des Kalküls K_m bestimmt sind, durch EFQ zu einem intuitionistischen Bestreiten ($\neg_i .p.$) eingrenzen. Es wird vollzogen, wenn zu den Performatorenregeln (1) und (2) noch die Regel (EFQ) für die Verwendung des Λ hinzutritt. Demnach heisst .p. bestreiten, die Absurdität von .p. behaupten; und .p. behaupten, die Absurdität von .p. bestreiten.

Während sich die *Refutabilität* allein aus den Regeln ergab, die protologisch für Bestreitungshandlungen rechtfertigbar waren (wobei durch den Kalkül also kein Bedeutungsüberschuss über die protologischen Regeln entstand), ergibt sich die *Absurdität* durch zusätzliche, kalkülbezogene Ueberlegungen.

2.3 Die Rekonstruktion logischer, d. h. situationsinvariant gültiger Regeln für die Verwendung von Negatoren ist damit abgeschlossen. Modifikationen zu den bisher angegebenen Regeln lassen sich durch Kontextannahmen für die durch Behaupten/Bestreiten geäusserten Propositionen in grosser Zahl vornehmen, ohne dass sich für diese eine besondere methodische Sukzession angeben liesse. Reglements, die sich aus solchen Ueberlegungen ergeben, heissen entsprechend den einleitenden Begriffsbestimmungen "*topisch*".

Unter *methodischen* Gesichtspunkten folgt man daher einer eher an Symmetriegesichtspunkten orientierten Motivation, wenn man für die Performatorenregeln (3) und (4) zusätzlich die Umkehrungen untersucht :

$$(11) \quad \vdash .p. \iff \neg . \neg p.$$

$$(12) \quad \neg .p. \iff \vdash . \neg p.$$

Historisch ist die Untersuchung der sich gerade dadurch ergebenden Bestreitungshandlungen deshalb von Bedeutung, weil diese den Kalkül der *klassischen Logik* auszeichnen (die in der hier vorgeschlagenen Terminologie somit das Beispiel für eine *Topik* ist). Durch Substitution ergibt sich aus (11) und (12) auch die Performatorenregel :

$$(13) \quad \vdash . \neg \neg p. \iff \vdash .p.$$

hingegen galt aufgrund von (3) und (4) lediglich :

$$(14) \quad \vdash .p. \implies \vdash . \neg \neg p.$$

Um eine methodische Auszeichnung für diejenigen Kontextannahmen ausfindig zu machen, unter denen (11) und (12) gerechtfertigte Regeln sind, braucht man die Frage also lediglich für den speziellen Fall zu stellen, wann (13) gerechtfertigt ist. Hat derjenige P, der über die Gründe für die Behauptung der Unbegründbarkeit der Unbegründbarkeit von .p. verfügt, auch immer die Gründe für die Behauptung von .p. ? Die Frage lässt sich sofort verneinen, wenn sie in die übersichtlichere Fassung gebracht wird, ob ein P, der die Unbegründbarkeit von .p. bestreiten kann, auch damit schon die Begründbarkeit (Affirmation) von .p. behaupten kann (damit ist die problematische Richtung von (11) als die entscheidende Regel ausgezeichnet).

Wer die Unbegründbarkeit von .p. bestreitet, der bestreitet, dass aus .p. das Falsum abgeleitet werden kann, d. h. er bestreitet, dass aus .p. sowohl ein .q. als auch ein . \neg q. abgeleitet werden kann. Ob diese Bestreitung gilt, kann man durch Vorführen der Ableitung begründen. Angenommen, P kann begründen, dass es keine Ableitung des Falsum aus .p. gibt. Hat P damit auch schon die Gründe, um .p. zu behaupten ? Offenkundig nicht, denn um eine Proposition

A zu beweisen genügt es weder in K_m (somit auch nicht proto-logisch)²² noch in K_i , dass man zeigen kann, dass $\neg A$ die Ableitung des Falsum erlaubt.

Dass eine solche Rekonstruktion des Umgangs mit Bestreitungs-handlungen gerechtfertigt ist, kann man sich auf der Basis gewöhnlichen Redehandelns klar machen, wenn man bedenkt, dass man für viele Propositionen eine Bestreitung, für andere eine Behauptung vertreten zu können glaubt, für viele jedoch (z. B. solche, die zukünftige Sachverhalte ausdrücken) weder das eine noch das andere tun möchte. Man kann allerdings unter Diskurspartnern explizit oder implizit *annehmen* (meist durch prädiskursives Einverständnis), dass man in einem gegebenen Kontext nur solche Propositionen heranzieht, die man *behaupten oder aber bestreiten* kann. In diesem Fall weiss man natürlich, dass man dann, wenn man die Unbegründbarkeit von $.p.$ bestreiten kann, seine Begründbarkeit behaupten muss; etwas anderes ist eben nicht zugelassen.²³ Fügt man einem Kalkül eine Kontextannahme hinzu, dann lässt sich eine solche als "Axiom" formulieren. Derartige Axiome treten in Kalkülen als nicht beseitigungsbedürftige Annahmen auf. Das im hier untersuchten Fall angenommene Axiom für die Annahme, dass jede Proposition entweder behauptbar oder bestreitbar ist, beinhaltet das Tertium non datur :

(TND) $[A \vee \neg A]^0$

(mit $[]^0$ als Zeichen für Axiome)

Fügt man K_i das TND hinzu, dann entsteht der Kalkül K_k (klassischer Kalkül). Ist $\neg A$ in K_k beweisbar, dann heisse A klassisch-falsch oder *kontradiktorisch*. $.p.$ *bestreiten* im *klassischen Sinn* bedeutet demgemäss, die Kontradiktion von $.p.$ behaupten. $.p.$ behaupten bedeutet entsprechend, die Kontradiktion von $.p.$ bestreiten, wie es in (11) und (12) ausgedrückt ist. *Nur* klassisch gilt gemäss (13) auch, dass die Kontradiktion von $. \neg p.$ behaupten bedeutet, die Beweisbarkeit von $.p.$ behaupten.²⁴

Nur für klassisches Bestreiten besteht damit auch die Möglichkeit, den Bestreitungsperformator direkt, d. h. ohne Bezugnahme auf die Termini "begründet" und "unbegründet", und in strenger Parallelität zur Einführung des Behauptungsperformators einzuführen. Demgemäss bedeutet klassisch "bestreiten", für die prädiskursive Absprechung eines Prädikators einen diskursiven Geltungsanspruch erheben :

$$(15) \quad \vdash \bar{F}a \iff \neg_K \neg Fa.$$

Für alle Bestreitungsperformatoren gilt freilich, dass sie terminologisch auf den Performator der Behauptung reduzierbar sind, wenn man über den Negator verfügt, der sich wiederum ohne Rückgriff auf den Bestreitungsperformator mit Behauptungen über Diskursergebnisse ("begründet", "unbegründet") einführen lässt. Allerdings bietet der Bestreitungsperformator die bequemste Möglichkeit, die formalpragmatischen Grundlagen von Widerlegbarkeitsbegriffen systematisch vorzuführen, wie es hier am Beispiel von Refutabilität, Absurdität und Kontradiktion geschehen ist.

3. Methodische Ordnung von Kalkülen

Die Diskussion im Geltungs- und Anwendungsbereich von minimaler, intuitionistischer und klassischer Logik, die v. a. für den Philosophen und Wissenschaftstheoretiker, der die Logik (aber welche?) als kritisches Instrument verwenden will, unausweichlich ist, lässt sich nun auf die Frage der Adäquatheit der Negator- bzw. Falsumregeln zuspitzen. Es lässt sich nämlich ein regellogischer Kalkül K der Quantorenlogik 1. Stufe *su* aufbauen, dass er bis auf die Negatorregeln minimal, intuitionistisch und klassisch völlig identisch ist.²⁵ Es trifft somit auch nicht zu, wenn QUINE in seiner Kritik an der intuitionistischen Logik die Auffassung nahelegt, dass die nichtklassischen Kalküle die Bedeutung *aller* Operatoren gegenüber der klassischen Logik ändern.²⁶ Im übrigen zeigt die regellogische Darstellung der drei hier zur Debatte stehenden Logikkalküle, dass der klassische Kalkül den beiden übrigen an "Vertrautheit", "Handlichkeit", "Einfachheit" und "Schönheit" nichts voraus hat.

3.1 Fügt man K diejenigen Regeln für den Performator des Bestreitens hinzu, die man formalpragmatisch ohne weitere Annahmen zuerst erreicht, dann erhält man den Kalkül K_m , wenn man für den negativen Teil die *Refutabilität* durch $(\neg E)$ und $(\neg B)$ festlegt.

In K_m sind keine EFQ-Formeln ableitbar. Aus dem Vorliegen der Refutabilität lässt sich eben protologisch nicht zu einer affirmativen Behauptung übergehen (was auch wenig plausibel ist; wieso sollte man das Recht haben, irgendeine Behauptung zu vollziehen, nur weil P etwas Unbegründbares behauptet). Allerdings kann man gemäss (10) von der Unbegründbarkeit zu einer beliebigen Bestreitung übergehen.

K_m erweist sich damit als dasjenige logische Reglement, das jeder Argumentation angehören könnte, unabhängig davon, welche topischen und rhetorischen Regeln sonst noch befolgt werden. In gewöhnlicher Argumentationspraxis ist ja durch nichts verlangt, dass ausschliesslich logischen Regeln gefolgt werden sollte (forensische Rede z. B. kommt ohne topische Argumentationsregeln nicht aus). Wäre es nun möglich, von jedem Falsum aus zur Behauptung einer beliebigen Proposition übergehen zu dürfen, würde dies offenkundig zu argumentativen Ungereimtheiten führen. Wer behauptet, zum Zeitpunkt t_i am Ort o gewesen und nicht gewesen zu sein, den kann man darauf hinweisen, dass Falsum aus seinen Behauptungen ableitbar ist. Wenig plausibel ist es jedoch, daraus den Schluss zu ziehen, dass er der Mörder war. Ungereimtheiten werden vermieden, wenn man den Uebergang zu jeder Bestreitung zulässt: wer sich auf ein Falsum stützt, erhält nur noch Unbegründbares (Refutables). Von der Behauptung der Unbegründbarkeit gibt es keinen minimal-logischen (wohl aber intuitionistischen) Uebergang zu einer affirmativen Begründbarkeitsbehauptung.

3.2 K_m ist der argumentationspragmatisch geeignete Kalkül, wenn ohne Einschränkung der Argumentationsregeln auf die logischen überprüft werden soll, welche Behauptungen/Bestreitungen sich aus welchen nach situationsinvarianten Regeln ergeben. Innerhalb eines Kalküls lässt sich jedoch über den Zusammenhang von Behaupten und Bestreiten mehr sagen. Hält man sich nämlich beim Argumentieren nur noch an die durch den Kalkül vorgegebenen Uebergangsregeln, dann erkennt man die Unbegründbarkeit eines Antezedens nicht nur daran, dass man zu einer Bestreitung eines beliebigen B , also auch zur Behauptung eines beliebigen $\neg B$ übergehen kann, sondern daran, dass man überhaupt zu der Behauptung einer beliebigen affirmierten oder negierten Proposition übergehen kann (*Absurdität*). Man erhält somit – wie beschrieben – K_j .

Bereits GENTZEN²⁷ hat angemerkt, dass zwischen $(\neg E)$, $(\neg B)$ und (EFQ) in K_j Redundanzen bestehen, wenn man den Negator durch $(D\neg)$ auf \wedge zurückführt. Dann genügt es, für den negativen Teil von K_j nur noch (EFQ) zu verwenden, weil mit $(D\neg)$ – wie schon in K_m – die Negatorregeln lediglich spezielle Formulierungen von $(\rightarrow E)$ und $(\rightarrow B)$ sind²⁸:

$$(\neg E) \frac{\frac{[A]^1}{\wedge}}{A \rightarrow \wedge} (\rightarrow E)^1 \quad (\neg B) \frac{A \quad A \rightarrow \wedge}{\wedge} (\rightarrow B)$$

Mit $(\wedge)_i$ gilt nun auch die stärkere Variante zu (10) :

$$(16) \quad <_i \quad A \wedge \neg A \rightarrow B \iff <_i (A \wedge (A \rightarrow \wedge)) \rightarrow B$$

$$\frac{\frac{[A \wedge (A \rightarrow \wedge)]^1}{A} \quad (\wedge B) \quad \frac{[A \wedge (A \rightarrow \wedge)]^1}{A \rightarrow \wedge} \quad (\wedge B)}{\frac{\wedge}{B} \quad (EFQ)} \quad (\rightarrow B) \quad \frac{}{A \wedge (A \rightarrow \wedge) \rightarrow B} \quad (\rightarrow E)^1$$

Der Unterschied zwischen minimalen und intuitionistischem Bestreiten lässt sich methodisch dahingehend zusammenfassen, dass das minimale Bestreiten allein durch diejenigen Regeln bestimmt ist, die sich aus dem tatsächlichen Umgang mit Bestreitungshandlungen rekonstruieren lassen. K_m lässt sich somit (mit allen in ihm erzeugbaren Regeln) als Teil-Reglement tatsächlichen Argumentierens verstehen. — Demgegenüber entsteht K_i aus methodischen Ueberlegungen zu Bestreitungshandlungen in einem Kalkül. Nur dann, wenn alle Argumente ausschliesslich durch Befolgen der Kalkülregeln erzeugt werden, ist es unerheblich, ob man dem Falsum eine beliebige negierte oder affirmierte Proposition folgen lässt. Darf demgegenüber auf eine durch logische Regeln erzeugte Behauptung hin weiter nicht-logisch argumentiert werden, ist es folgenreich, ob aus Falsum eine negierte oder affirmierte Proposition folgt. Die Anwendung von K_i ist also genau dann sinnvoll, wenn K_i das Reglement für argumentatives Handeln ist, während das Argumentieren mit K_m sinnvoll ist, wenn das Reglement des argumentativen Handelns K_m enthält.

3.3 Mit K_i ist ein *logischer* Kalkül in dem Sinn erreicht, dass er aus situationsinvarianten Regeln aufgebaut ist. Im Zusammenhang mit einer Untersuchung von Bestreitungshandlungen liegt das *Beispiel* nahe (vgl. 2.3), Regeln für Kontexte zu formulieren, in denen die Partei des Proponenten jede Proposition entweder behaupten oder bestreiten (und nicht keines von beidem) kann. Der Proponent muss also Gründe für oder gegen jede vorkommende Proposition haben. Somit wird den logischen Regeln von K_i die Kontextannahme hinzugefügt, die im TND ausgedrückt ist, und man erhält K_k . Zu einem äquivalenten Kalkül gelangt man, wenn man dem intuitionistischen Kalkül statt des Axioms TND die Regel der doppelten Ne-

gatorbeseitigung hinzufügt²⁹ :

$$(\neg\neg B) \quad \frac{\neg\neg A}{A}$$

Jede Anwendung von $(\neg\neg B)$ in einer Herleitung lässt sich nämlich durch eine Ableitung mit (TND) als Annahme ersetzen :

$$(17) \quad \frac{\frac{\Sigma}{\neg\neg A} \quad (\neg\neg B)}{A} \quad \Pi \quad \Rightarrow \quad \frac{[A \vee \neg A]^0 [A]^1 \quad \frac{\frac{\frac{\Sigma}{[\neg A]^2 \quad \neg\neg A}}{\wedge} \quad (\neg B)}{A} \quad (EFQ)}}{A} \quad \Pi \quad (\vee B)^{1,2}$$

(Σ für Folgen von Ableitungsbäumen, evtl. leer;
 Π für Ableitungsbäume).

Umgekehrt: Wenn $(\neg\neg B)$ eine Regel des Kalküls ist, ist das TND beweisbar :

$$(18) \quad \frac{<_k A \vee \neg A}{\frac{\frac{[A]^1}{A \vee \neg A} \quad (\vee E) \quad \frac{[\neg(A \vee \neg A)]^2}{\wedge} \quad (\neg E)^1}{\neg A} \quad (\neg E)^1}{\frac{A \vee \neg A}{\wedge} \quad (\vee E) \quad \frac{[\neg(A \vee \neg A)]^2}{\neg\neg(A \vee \neg A)} \quad (\neg E)^2}{A \vee \neg A} \quad (\neg\neg B)}$$

Redundanzen zwischen den Kalkülregeln lassen sich wieder vermeiden, wenn man bei Verwendung von $(D \neg)$ nur folgende klassische Falsumregel als einzige Regel für den negativen Teil von K_k zulässt:

$$(\wedge)_k \quad \frac{[\neg A]^1}{\wedge} \quad (\wedge)_k^1 \quad \text{mit } (D \neg) \quad \frac{[A \rightarrow \wedge]}{A}$$

(EFQ) erweist sich nämlich als "spezieller Fall"³⁰ von $(\wedge)_k$:

$$(19) \quad \frac{\frac{\frac{\Sigma}{\wedge}}{D}}{\Pi} (\wedge)_i \implies \frac{\frac{\frac{\frac{\Sigma}{[\neg D]^1 \wedge}}{\neg D \wedge \wedge} (\wedge E)}{\wedge} (\wedge B)}{D} (\wedge)_k^1}{\Pi}$$

$(\neg E)$ ist durch Eliminierbarkeit von (EFQ) schon als eliminierbar nachgewiesen; $(\neg\neg B)$ ist ebenfalls mit $(\wedge)_k$ bei Verwendung von $(D \neg)$ überflüssig:

$$(20) \quad \frac{\frac{\frac{\Sigma}{(A \rightarrow \wedge) \rightarrow \wedge}}{A}}{\Pi} (\neg\neg B) \implies \frac{\frac{\frac{\Sigma}{(A \rightarrow \wedge) \rightarrow \wedge [A \rightarrow \wedge]^1}}{\frac{\frac{\wedge}{A}}{\Pi}} (\wedge)_k^1}{(\rightarrow B)}$$

Mit $(\wedge)_k$ erübrigt sich somit auch die Hinzunahme des TND als Axiom, weil TND in K_k mit $(\wedge)_k$ und $(D \neg)$ beweisbar ist:

$$(21) \quad \frac{\wedge}{k} A \vee (A \rightarrow \wedge)$$

$$\frac{\frac{\frac{[A]^1}{A \vee (A \rightarrow \wedge)} (\vee E)}{\frac{\frac{\frac{[A \vee (A \rightarrow \wedge) \rightarrow \wedge]^2}{\frac{\frac{\wedge}{A \rightarrow \wedge} (\rightarrow E)^1}{A \rightarrow \wedge} (\vee E)}}{A \vee (A \rightarrow \wedge) [A \vee (A \rightarrow \wedge) \rightarrow \wedge]^2} (\rightarrow B)}{\frac{\wedge}{A \vee (A \rightarrow \wedge)} (\wedge)_k^2} (\rightarrow B)$$

Die Ueberlegungen zeigen, dass zwar das TND nicht nur ein beliebiges Theorem von K_k ist, sondern — wie die protologischen Bemerkungen in 2.3 schon zeigten — ein "kalkülspezifisches" Axiom; es drückt nämlich diejenige Kontextbedingung aus, die erlaubt, von K_i zu K_k überzugehen. Durch K_k -immanente Gesichtspunkte

ergibt sich dann aber, dass man den klassischen Kalkül auch anders — “eleganter” — ausdrücken kann.

Damit ist abschliessend möglich, die drei Kalküle $K_{m,i,k}$ durch Hinzufügung folgender Negatorregeln zu K in nicht-redundanter Weise zu charakterisieren :

Kalkül	Widerlegbarkeit	Negatorregeln
K_m	Refutabilität (2.1)	$(\neg E)$, $(\neg B)$ <i>oder</i> $(D \neg)$ (3.1)
K_i	Absurdität (2.2)	(EFQ) <i>und</i> $(D \neg)$ (3.2)
K_k	Kontradiktion(2.3)	$(\wedge)_k$ <i>und</i> $(D \neg)$ (3.3)

Diese Aufstellung ist jedoch als solche bloss syntaktisch und erlaubt daher keine Aussage über die Anwendbarkeit der Kalküle als Rekonstruktionsinstrumente. Eine formale Pragmatik des Negators (hier unter Rückgriff auf den Performator des Bestreitens skizziert) erlaubt, eine methodische Ordnung der verschiedenen logischen Negatoren und damit der verschiedenen logischen (Propositionen-) Kalküle anzugeben, gemäss derer die Frage entscheidbar wird, unter welchen Bedingungen welcher Kalkül das geeignete Rekonstruktionsinstrument ist: zum Zwecke der Regulation und Rekonstruktion der Einhaltung logischer Regeln normalen (einschliesslich z.B. philosophischen) Argumentierens ist der Minimal kalkül K_m zu verwenden. Hat man es mit Argumenten zu tun, die aufgrund der Selbstdisziplin der Diskursparteien oder der Einhaltung disziplinärer Regeln einer scientific community immer kalkülgebunden sind, empfiehlt sich die Verwendung von K_i . Haben sich die Diskursparteien darauf geeinigt, im Kalkül nur noch solche Propositionen zuzulassen, für die jedermann entweder eine Behauptung oder eine Bestreitung vorbringen kann, ist die Verwendung von K_k angezeigt.

Bei diesen Empfehlungen ist die Verwendung stärkerer Ausdrucksmittel, wie z.B. Modaloperatoren, propositionaler Einstellungen und Performatoren nicht-konstativer Art allerdings nicht berücksichtigt worden. Für Kalküle, die unter Verwendung stärkerer Ausdrucksmittel entstehen, mag immerhin die Art der methodischen Betrachtung vorgezeichnet sein.

Zusatz

Im Rahmen ihres Versuchs, die Unzuverlässigkeit und Unvollständigkeit des auf Grundlage der protologischen Regeln zu formulierenden Logikkalküls zu zeigen, haben R. HEGSELMANN und W. RAUB auch Kritik an dem vorstehenden Aufsatz geübt.³¹ Das Ergebnis ihrer Untersuchung ist, dass die Negatorregeln teils zu Kalkülen führten, die schwächer seien als der Minimalkalkül, teils zu inkonsistenten Kalkülen und teils zu methodisch defekten Kalkülen. Welches Ergebnis zustandekomme, hänge davon ab, wie man das Unbegründetheitszeichen bei Transformation der protologischen Regeln in Kalkülregeln lese. Die Autoren geben dazu zwei Möglichkeiten an, nämlich den Unbegründetheitsperformator als Falsum oder als Negator zu übersetzen. Sie machen sich sodann die Mühe, für beide Lesarten die logischen Folgen zu überprüfen, die in der Tat inakzeptabel sind.

Die Argumentation zeigt allerdings nur, was auch dem Text des vorliegenden Aufsatzes zu entnehmen ist, dass nämlich der Unbegründetheitsperformator weder als Negator noch als Falsum gelesen werden kann. Der Negator wird in der Negatoreinführungsregel (1) unter Verwendung des Unbegründetheitsperformators und des Subjunktors eingeführt, kann also definitivisch nur vom Unbegründetheitsperformator verschieden sein. Falsum wird ebenfalls verschieden von der Unbegründetheit eingeführt, nämlich für den Fall, dass die Begründetheit *sowie* die Unbegründetheit ein- und derselben Proposition behauptet wird.

Diese Tatsachen werden von R. HEGSELMANN und W. RAUB übersehen, weil sie in ihrer Kritik insgesamt den Fehler machen, protologische Regeln, die nichts anderes als Bedeutungsregeln für Operatoren sind, als Kalkülregeln zu betrachten. Diese Aufgabe können sie schon deshalb nicht übernehmen, weil in ihnen pragmatische Zeichen (Performatoren) und Propositionenkonstanten (genauer: Abkürzungszeichen für solche) vorkommen. Demgegenüber lässt der vorliegende Aufsatz keineswegs die Frage offen, welche Regeln die Kalkülregeln sind, nämlich $(\neg E)$ und $(\neg B)$. Es "liegt" also keineswegs — wie die Autoren behaupten — "nahe", Kalkülregeln dadurch zu gewinnen, dass man an den protologischen Regeln herumexperimentiert; vielmehr liegt nahe, die explizit formulierten Kalkülregeln auch tatsächlich zu verwenden.³²

Es ist unbestreitbar, dass für den Übergang von den protologischen Regeln zu Kalkülregeln — neben der hier nicht zu Debatte

stehenden Rechtfertigung dieses methodischen Schritts — Regeln angegeben werden müssen. Dabei können sich für das semantische Verständnis der Operatoren Eindeutigkeitsprobleme ergeben, die den Uebergang zur Kalkülisierung weniger trivial machen, als es im vorliegenden Aufsatz zu sein scheint. Soweit dieser Uebergang spezifisch Negator und Falsum betrifft³³ braucht man jedoch lediglich der Einführung des Falsum-Zeichens zu folgen, um die Transformationsregeln zu formulieren. Dazu ist zu berücksichtigen, dass in diesem Aufsatz Falsum als Unbegründbarkeit gedeutet wird, die dann vorliegt, wenn die (faktische) Begründetheit *und* Unbegründetheit behauptet wird. Im Falle der Negatoreinführung ist die pragmatische Situation zu betrachten, dass P eine Proposition aus einer anderen folgert und zugleich die Unbegründetheit behauptet. Gemäss der Einführung von Falsum kann über die in der protologischen Regel vermerkten Unbegründetheit des Antezedens hinaus die Unbegründbarkeit gesetzt werden, bei der Formulierung als Kalkülregel also das Falsum-Zeichen. In diesem Fall (und deswegen handelt es sich hier um eine Betrachtung, die erst im Zusammenhang mit der Kalkülisierung möglich ist) wird aus dem materialen Folgern das formale Folgern, so dass nur noch nach Kalkülregeln gefolgert wird. Die Negatorbeseitigungsregel macht übrigens von derselben pragmatischen Charakterisierung Gebrauch (was nur zeigt, dass die Operatorenbeseitigungsregeln von den Einführungsregeln semantisch abhängig sind). Wer eine Proposition behauptet *und* bestreitet (man beachte die Einführung des Bestreitungsoperators), kann zu Falsum übergehen. Dabei ist unerheblich, ob Behauptung und Bestreitung noch von Antezedentia abhängen.

Dieser Uebergang von protologischen zu Kalkül-Regeln erfolgt ersichtlich nicht "allegorisch", also in Form einer Uebersetzung von Zeichen zu Zeichen. Weil die Logikrechtfertigung im Verständnis der Protologik keinen Anspruch auf Exklusivität, sondern nur auf Erfolg, erhebt, kann man selbstverständlich die Frage aufwerfen, ob nicht eine andere, "elegantere" Fassung der protologischen Regeln denkbar ist, welche eine Transformation ermöglicht, die ähnlich wie bei anderen Operatoren eine grössere optische Nähe zu den Kalkülregeln hat. Obwohl zahlreiche Varianten in der der methodischen Darstellung vorausliegenden philosophischen "Werkstattarbeit" mit negativem Resultat geprüft worden sind, kann einer entsprechenden Vermutung nicht widersprochen werden. Diskutieren lässt sich aber immer nur über wirkliche Vorschläge.

Auf die Probleme scheinbar naheliegender Varianten sei

abschliessend hingewiesen. Unterstellt sei, dass man bei der Formulierung des Kalküls nicht auf die technischen Bequemlichkeiten verzichten möchte, die die Verwendung von Falsum bietet, wozu natürlich kein Zwang besteht. Logisch bestünde beispielsweise genauso gut die Möglichkeit, statt \wedge in $K; D \wedge \neg D$ zu setzen. Dies suggeriert als pragmatischen Ansatz bereits für die Formulierung *protologischer* Negatorregeln, Falsum für den Fall einzuführen, dass die Konjunktion von Affirmation und Negation einer Proposition behauptet wird, somit also auf den Unbegründetheitsperformator zu verzichten. Man sieht jedoch leicht, dass die Negatoreinführungsregel zirkulär würde, weil vor dem Regelpfeil der Negator bereits verwendet wäre. Entsprechend wäre die Negatorbeseitigungsregel keine echte Beseitigungsregel, weil der Negator hinter dem Regelpfeil wieder erschiene; d.h. pragmatisch, die Negatorbeseitigungsregel wäre keine Diskursvereinfachungsregel.

Demgegenüber ist mit der im vorliegenden Aufsatz gewählten Lösung der Weg äquivalent, statt der Unbegründetheitsbehauptungen Bestreitungsperformatoren zu verwenden. Allerdings lässt sich der Bestreitungsperformator dann nicht mehr definitivisch mit Hilfe des Negators und des Behauptungsperformators einführen. Bestreiten müsste ein atomarer Sprechakt sein. Dies hätte wiederum zur Folge, dass nicht — wie hier — die verschiedenen logischen Kalküle durch verschiedene performative Charakterisierungen von Bestreitungen ausgezeichnet werden könnten.³⁴

Universität Essen

ANMERKUNGEN

*Alwin DIEMER zum 60. Geburtstag.

¹ Bd. 1, 416 f., 431.

² Vgl. B 80 ff.

³ *Ueber den Begriff*, 78 f.

⁴ *Formale und transzendente Logik*, 45 f.

⁵ Vgl. zum Problem der Logikrechtfertigung in der neuzeitlichen Philosophie H. LENK, *Kritik*.

⁶ Für das folgende vgl. bes. die konzise Darstellung in "Logik".

⁷ Dass dies ein Missverständnis von "Anwenden einer Regel" ist, hat v.a. G. RYLE betont: "Why are the Calculuses of Logic and Arithmetic Applicable to Reality?"

⁸ Vgl. bes. "Sprechakttheorie".

⁹ Vgl. C.F. GETHMANN / R. HEGSELMANN, "Das Problem der Begründung", 346–351.

¹⁰ Eine Durchführung dieses Programms ist in C.F. GETHMANN, *Protologik*, vorgeschlagen worden.

¹¹ C.F. GETHMANN, "Die Logik der Wissenschaftstheorie".

¹² *Philosophie der Logik*, 100.

¹³ Zum Affirmator, der sich im übrigen nach "Kalkülisierung" als trivial herausstellt, vgl. C.F. GETHMANN, *Protologik*, 131 ff.

¹⁴ C.F. GETHMANN, *Protologik*, Abschn. 3.

¹⁵ Ebd. Abschn. 4.

¹⁶ "Untersuchungen", 198–205.

¹⁷ Die Erweiterung zur Quantorenlogik (1. Stufe) ist trivial.

¹⁸ Er wurde zuerst dargestellt von I. JOHANSSON, "Der Minimal-kalkül".

¹⁹ In C.F. GETHMANN, *Protologik*, 177 Anm. 5, muss es also genauer heissen: aus den protologischen Regeln "ergibt sich die minimallogische Variante des 'Kalküls des natürlichen Schliessens' (G. GENTZEN, "Untersuchungen")".

²⁰ Damit ist die Bemerkung C.F. GETHMANN, *Protologik*, 136 f., zur 'pragmatischen Unentbehrlichkeit' des Negators erläutert.

²¹ Die Terminologie bezüglich der Widerlegbarkeitsbegriffe ist in Anlehnung an H.B. CURRY, *Formal Deducibility*, 93, gewählt. In C.F. GETHMANN, *Protologik*, 133 (Zeile 5 v.u.), ist entsprechend "Absurdität" durch "Refutabilität" zu ersetzen.

²² Die entsprechende pragmatische Ueberlegung findet sich in C.F. GETHMANN, *Protologik*, 138 ff.

²³ Würde man den klassischen Kalkül für kontextinvariant halten, müsste man den Proponenten die "übermenschliche" Fähigkeit zusprechen, für jede sinnvolle Proposition eine Behauptung oder Bestreitung ausführen zu können.

²⁴ W. PIEL spricht hier vom "Bestreiten im starken Sinn"; demgegen-

über ist das PIELsche "Bestreiten im schwachen Sinn" ausschliesslich protologisch zu differenzieren; minimales und intuitionistisches Bestreiten haben bei PIEL keine Pendants ("Zur formalen Pragmatik konstativer Performatoren") — R. HEGSELMANN rekonstruiert in "Logische Pragmatik" ebenfalls das klassische Bestreiten (vgl. 210).

²⁵ Vgl. z.B. H.B. CURRY, *Formal Deducibility*; D. PRAWITZ, *Natural Deduction*.

²⁶ W.v.O. QUINE, *Philosophie der Logik*, 100.

²⁷ "Untersuchungen", 205.

²⁸ So verfährt z.B. PRAWITZ, *Natural Deduction*, 20 f.

²⁹ Vgl. GENTZEN, "Untersuchungen", 205.

³⁰ Vgl. D. PRAWITZ, *Natural Deduction*, 20 f.

³¹ "Protologik und formale Logik", hier bes. 179—186.

³² Daher ist unerfindlich, warum die Autoren zu dem Ergebnis kommen, weitere Möglichkeiten als die von ihnen geprüften liessen sich aus den Arbeiten zur Protologik nicht entnehmen ("Protologik und formale Logik", 194, Anm. 26).

³³ Für Annahmeseitigungsregeln und Variablenbedingungen sind die entsprechenden Ueberlegungen skizziert in C.F. GETHMANN, "Zur methodischen Ordnung regellogischer Kalkültypen".

³⁴ Diese pragmatische Deutung des Verhältnisses der drei Kalküle zueinander macht keineswegs die Untersuchung der logischen Beziehungen überflüssig, wie sie z.B. von D. PRAWITZ / P.-E. MALMNÄS ("A Survey") durchgeführt worden ist. Andererseits kann die Untersuchung der "Interpretierbarkeit" der Kalküle durcheinander nicht die Beantwortung des Rechtfertigungsproblems im vorstehend präzisierten Sinn ersetzen. Zum Problem der Interpretierbarkeit zwischen K_i und K_m vgl. C.F. Gethmann, "Zur Interpretation des Minimalkalküls", wo zur protologischen Charakterisierung des Negators auch die hier angedeutete Alternative gewählt wurde.

LITERATUR

APEL, Karl-Otto: "Sprechakttheorie und transzendente Sprachpragmatik zur Frage ethischer Normen": K.-O. APEL (Hg.), *Sprachpragmatik und Philosophie*, Frankfurt a.M. 1976, 10—173

- CURRY, Haskell B.: *A Theory of Formal Deducibility*, Indiana 31966
- DIEMER, Alwin: *Grundriss der Philosophie. Bd. 1: Allgemeiner Teil*, Meisenheim 1962
- FICHTE, Johann Gottlieb: *Ueber den Begriff der Wissenschaftslehre*. WW (I.H. FICHTE) I, 27–81
- FICHTE, Johann Gottlieb: *Ueber das Verhältnis der Logik zur Philosophie oder transzendente Logik*. WW (I.H. FICHTE) IX, 103–400
- FREGE, Gottlob: "Logik": G. GABRIEL (Hg.), *Schriften zur Logik und Sprachphilosophie. Aus dem Nachlass*, Hamburg 1971, 35–73
- GETHMANN, Carl Friedrich: *Protologik, Untersuchungen zur formalen Pragmatik von Begründungsdiskursen*. Frankfurt a.M. 1979.
- GETHMANN, Carl Friedrich: "Die Logik der Wissenschaftstheorie": C.F. GETHMANN (Hg.), *Theorie des wissenschaftlichen Argumentierens*, Frankfurt a.M. 1980, 15–42
- GETHMANN, Carl Friedrich: "Zur methodischen Ordnung regellogischer Kalkülypen": C.F. GETHMANN (Hg.), *Logik und Pragmatik. Zum Rechtfertigungsproblem logischer Sprachregeln*, Frankfurt a.M. 1982, 53–77
- GETHMANN, Carl Friedrich: "Zur Interpretation des Minimal kalküls": *Untersuchungen zur Logik und Methodologie* 3 (Leipzig 1986) (in Vorbereitung)
- GETHMANN, Carl Friedrich & HEGSELMANN, Rainer: "Das Problem der Begründung zwischen Fundamentalismus und Dezi sionismus": *Zeitschrift für allgemeine Wissenschaftstheorie* 8 (1977) 342–368
- HEGSELMANN, Rainer: "Logische Pragmatik": C.F. GETHMANN (Hg.) *Theorie des wissenschaftlichen Argumentierens*, Frankfurt a.M. 1980, 190–212
- HEGSELMANN, Rainer & RAUB, Werner: "Protologik und formale Logik": C.F. GETHMANN (Hg.), *Logik und Pragmatik. Zum Rechtfertigungsproblem logischer Sprachregeln*, Frankfurt a.M. 1982, 164–195
- HUSSERL, Edmund: *Formale und transzendente Logik, Versuch einer Kritik der logischen Vernunft*, Halle 1929
- JOHANSSON, Ingebrigt: "Der Minimal kalkül, ein reduzierter intuitionistischer Formalismus": *Compositio Mathematica* 4 (1937) 119–136

- KANT, Immanuel: *Kritik der reinen Vernunft*
- PIEL, Wilhelm: "Zur formalen Pragmatik konstativer Performatoren": C.F. GETHMANN (Hg.), *Theorie des wissenschaftlichen Argumentierens*, Frankfurt a.M. 1980, 165–189
- PRAWITZ, Dag: *Natural Deduction. A Proof-Theoretical Study*, Uppsala 1965
- PRAWITZ, Dag & MALMNÄS, P.-E.: "A Survey of some Connections between Classical, Intuitionistic and Minimal Logic": H.A. SCHMIDT / K. SCHUETTE / H.J. THIELE (Hgg.), *Contributions to Mathematical Logic. Proceedings of the Logic Colloquium Hannover 1966*, Amsterdam 1968, 215–229
- QUINE, Willard van Orman: *Philosophie der Logik*, Stuttgart 1973
- RYLE, Gilbert: "Why are the Calculuses of Logic and Arithmetic Applicable to Reality?" *Proceedings of the Aristotelian Society. Suppl. 20: Logic and Reality*, London 1946, 20–29